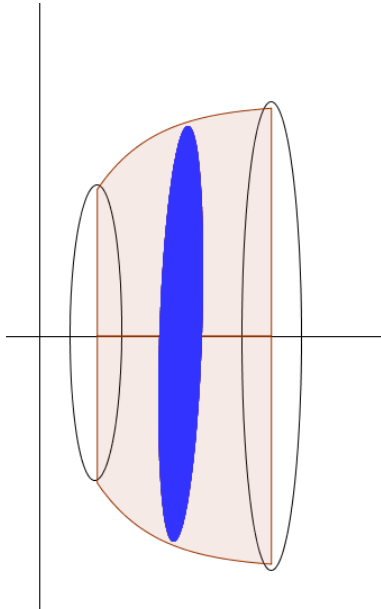


Aplicacions de les integrals. Càlcul de volums de revolució

Volums de revolució

Un volum de revolució es forma quan fem rotar una corba al voltant de l'eix ox.



Al girar la funció per cada punt generem un disc d'àrea = πr^2 on el radi és igual al valor que pren la funció $f(x)$ en un punt concret. Per tant l'àrea d'un d'aquests discs serà $\pi f^2(x)$.

Per tant una manera de calcular el volum serà sumar totes les àrees d'aquests discs dins del nostre interval. Així el volum serà

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Aquesta fórmula es coneix com fórmula de cubicació de discs

Exemple

Calcula el volum engendrat al girar al voltant de l'eix ox la paràbola $y = \sqrt{x}$ entre els límits $x=0$ i $x=4$

$$V = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = \pi \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^4 = 8\pi$$

Exercicis

- Calcula el volum que engendra al girar al voltant de l'eix ox la funció $\sin x$, entre 0 i π . Resp $\pi^2/2$
- Calcula el volum al girar al voltant de l'eix ox la branca positiva de la circumferència $x^2 + y^2 = R^2$. Resp $\frac{4}{3} \pi R^3$