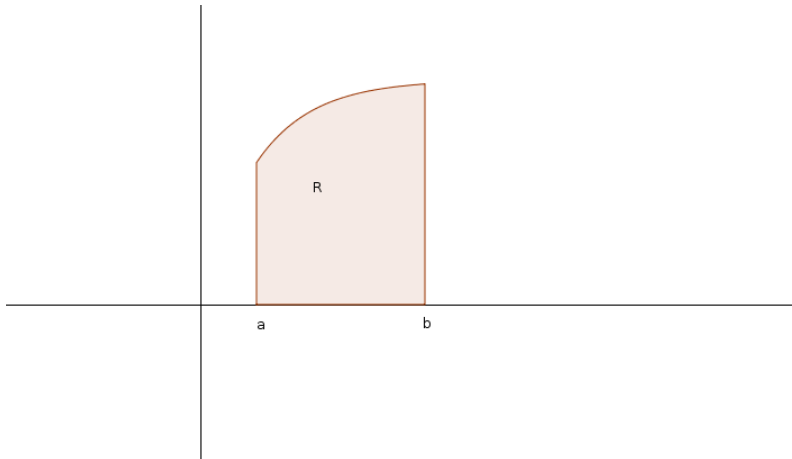


# Aplicacions de la integral definida. Càlcul d'àrees

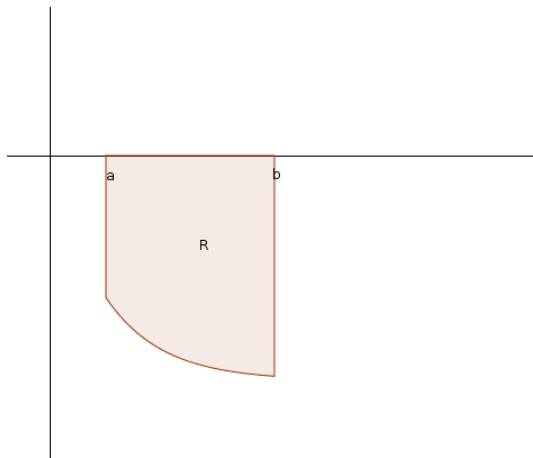
## Càlcul àrees sota una corba

Tal com hem vist, per calcular l'àrea que hi ha sota una corba d'una funció positiva calcularem la integral definida per l'interval que ens interessa de la funció en qüestió



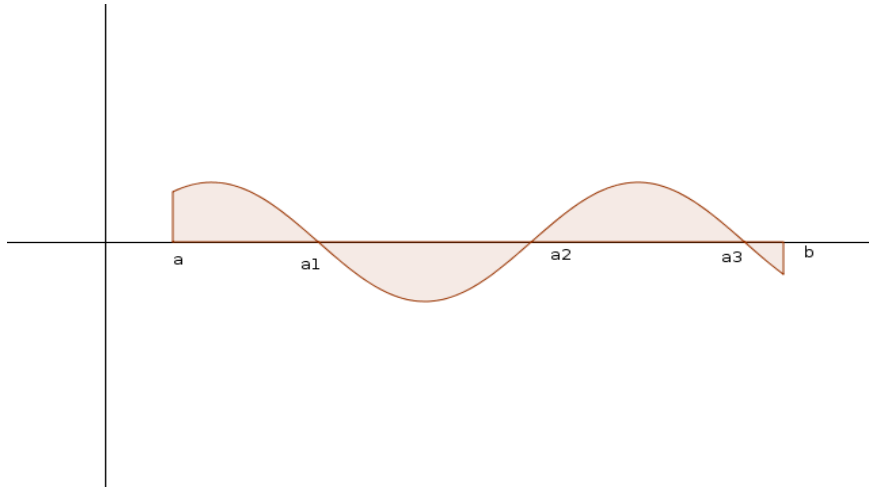
on  $R = \int_a^b f(x) dx$

En el cas que l'àrea estigui sota de l'eix ox  $f(x)$  prendrà valors negatius, llavors haurem de calcular la mateixa integral però canviada de signe, o amb valor absolut



on  $R = -\int_a^b f(x) dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

un cas més general és quan la funció té part positiva i part negativa



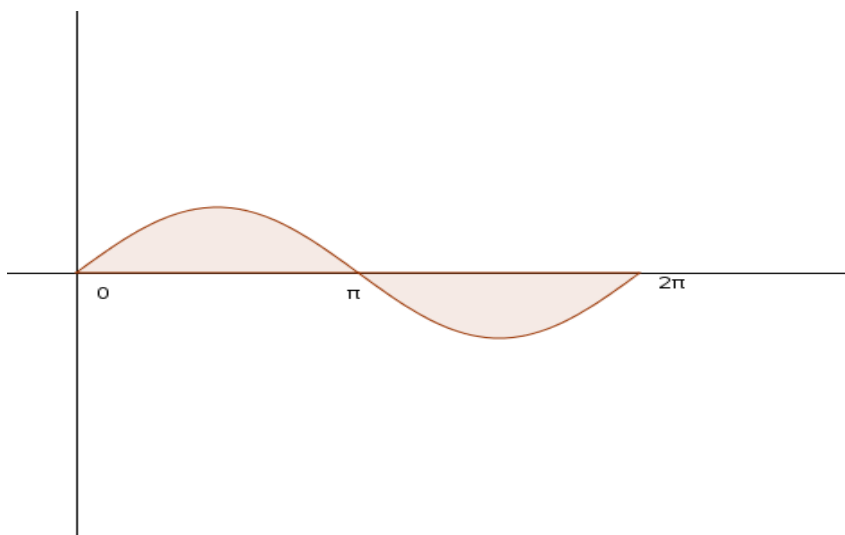
Llavors tenim 
$$Àrea = \int_a^{a_1} f(x) dx - \int_{a_1}^{a_2} f(x) dx + \int_{a_2}^{a_3} f(x) dx - \int_{a_3}^b f(x) dx$$

o també 
$$Àrea = \left| \int_a^{a_1} f(x) dx \right| + \left| \int_{a_1}^{a_2} f(x) dx \right| + \left| \int_{a_2}^{a_3} f(x) dx \right| + \left| \int_{a_3}^b f(x) dx \right|$$

### Exemple

Calcula l'àrea entre la corba  $\sin(x)$  i l'eix  $ox$  a l'interval  $[0, 2\pi]$

tenim la següent gràfica



per tant l'àrea val

$$\begin{aligned} \text{Àrea} &= \left| \int_0^{\pi} \sin x \, dx \right| + \left| \int_{\pi}^{2\pi} \sin x \, dx \right| = \left| [-\cos x]_0^{\pi} \right| + \left| [-\cos x]_{\pi}^{2\pi} \right| = |-\cos \pi + \cos 0| + |-\cos 2\pi + \cos \pi| \\ &= |2| + |-2| = 4 \end{aligned}$$

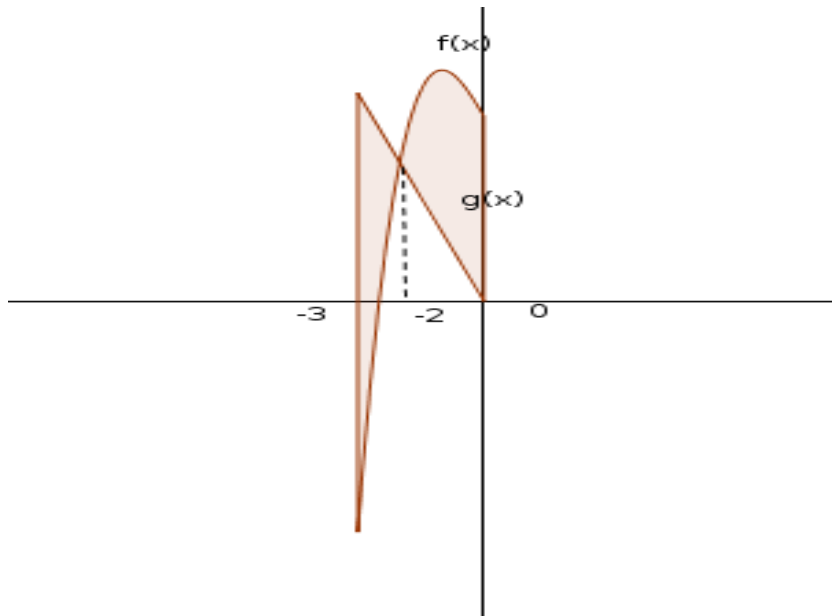
### Regió limitada per dues corbes

Bàsicament és el mateix que a l'apartat anterior, però ara li haurem de restar l'àrea de la corba que es trobi més aprop de l'eix ox

### Exemple

Calcula l'àrea limitada per les corbes  $f(x) = x^3 - 3x + 8$ ,  $g(x) = -3x$  i les verticals  $x = -3$  i  $x = 0$

l'àrea a calcular és



$$\text{Àrea} = \left| \int_{-3}^{-2} f(x) - g(x) \, dx \right| + \left| \int_{-2}^0 f(x) - g(x) \, dx \right| = \left| \int_{-3}^{-2} (x^3 + 8) \, dx \right| + \left| \int_{-2}^0 (x^3 + 8) \, dx \right| = \frac{81}{4}$$

### Exercicis

- Calcula l'àrea limitada per la corba  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$  i l'eix ox. *Resp. 8*
- Calcula l'àrea limitada per les paràboles  $y = x^2$  i  $x = y^2$ . *Resp 1/3*