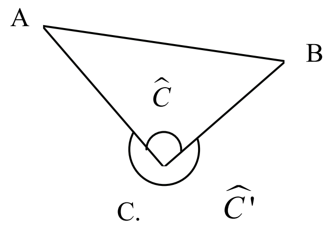
Els triangles

Els triangles



Es denomina amb la seqüència de vèrtexs: ABC.

$\widehat{C}$ és un angle interior, denominat senzillament *angle del triangle.*

$\widehat{C'}$ és un angle exterior.

El costat AB és oposat al vèrtex C i a l'angle $\widehat{C}$.

Propietats bàsiques

- Cada costat del triangle és menor que la suma dels altres dos costats.
- La suma dels angles d'un triangle és igual a 180º.
- Un angle exterior és igual a la suma dels dos angles interiors que no li són adjacents, més 180º.

Punts i rectes importants

Una altura d'un triangle és una recta perpendicular a un dels seus costats i que conté el seu vèrtex oposat.	Les tres altures d'un triangle es tallen en un punt. Aquest punt es denomina *ortocentre* i s'indica amb la lletra H.
La mediatriu d'un costat d'un triangle, com és sabut, és una recta perpendicular a aquest costat, que conté el seu punt mig.	Les tres mediatrius d'un triangle es tallen en un punt. Aquest punt es denomina *circumcentre* i s'indica amb la lletra O.
Una bisectriu d'un triangle és, com és sabut, una recta que divideix un dels angles del triangle en dos d'iguals.	Les tres bisectrius d'un triangle es tallen en un punt. Aquest punt es denomina *incentre* i s'indica amb la lletra I.
Una mitjana d'un triangle és una recta que passa pel punt mig d'un dels seus costats i pel vèrtex oposat.	Les tres mitjanes d'un triangle es tallen en un punt. Aquest punt es denomina *baricentre* i s'indica amb la lletra G.

Tipus de triangles

Segons els angles	Segons els costats
Triangle obtusangle, que té un angle obtús.	Triangle escalè, que té els tres costats de longitud diferent.
Triangle acutangle, que té els tres angles aguts.	Triangle isòsceles, que té dos costats iguals.
Triangle rectangle, que té un angle recte.	Triangle equilàter, que té costats i angles iguals.

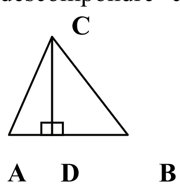
El triangle rectangle

Elements

- La hipotenusa d'un triangle rectangle és el costat oposat a l'angle recte.
- Els altres dos costats, que formen l'angle recte es denominen *catets.*

Importància

Tot triangle es pot descompondre de manera fàcil en dos triangles rectangles.



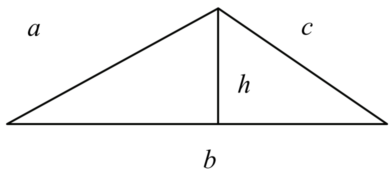
El teorema de Pitàgores

El quadrat de la hipotenusa (h) és igual a la suma dels quadrats dels catets (a i b).

$h^2 = a^2 + b^2$

Les mesures d'un triangle

El perímetre	L'àrea
El perímetre d'un triangle és la longitud total dels seus costats.	L'àrea d'un triangle és la superfície limitada per els seus costats.



Elements per a calcular l'àrea:

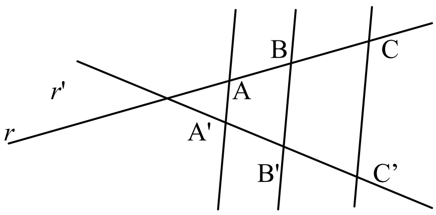
- La base del triangle pot ser qualsevol dels seus costats.
- L'altura corresponent a aquesta base és el segment perpendicular a la base, que té per extrems el vèrtex oposat a la base i un punt de la base.

Càlcul del perímetre: P = $a + b + c$	Càlcul de l'àrea: $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$

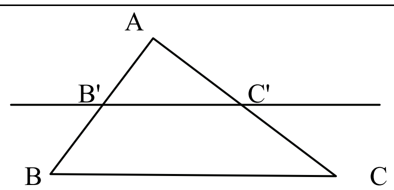
Semblança de triangles

Proporció entre dues segments: quocient entre les longituds dels segments.	Proporcionalitat entre dos parells de segments: dos parells de segments són proporcionals si la seva proporció és la mateixa.

El teorema de Tales



r i *r'* són dues rectes que es tallen amb tres rectes paral·leles. Els punts de tall de la recta *r* amb les paral·leles es denominen A, B i C; els punts de tall de la recta *r'* i les paral·leles es denominen A', B' i C'. En aquestes condicions el teorema de Tales afirma que: $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{A'C'}{A'B'}$



Aplicació del teorema de Tales: si es talla un triangle ABC amb una recta paral·lela a un dels seus costats, es pot afirmar que:

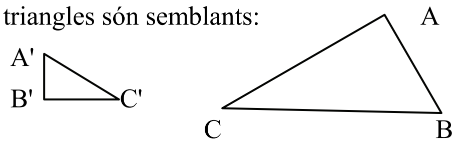
$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$$

Els triangles semblants

Dos triangles són semblants si compleixen les propietats de semblança:

- Els parells de costats corresponents són proporcionals.
- Els angles corresponents són iguals.

Aquests triangles són semblants:



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

$\widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}$ i $\widehat{C} = \widehat{C'}$

Criteris de semblança de triangles

Primer criteri	Segon criteri	Tercer criteri
Dos triangles són semblants si tenen dos angles iguals.	Dos triangles són semblants si tenen tres costats proporcionals.	Dos triangles són semblants si tenen dos parells de costats proporcionals, i l'angle que formen és igual.

Pitàgores i Tales

Aquests dos grans pensadors grecs van donar els seus noms a dos dels principals resultats que permeten estudiar propietats molt interessants dels triangles: el teorema de Pitàgores i el teorema de Tales. Tales va viure a Milet a les darreries del segle VII, encara que era de pares fenicis. Va ser, potser, el primer matemàtic, filòsof i científic grec. Sembla que va tenir, també, intervencions polítiques (per exemple, va proposar crear una sola sala de consells) i tècnics (va fer cavar una rasa perquè el riu fos transitable per tots dos costats); es diu que va visitar Egipte, però pot ser que això fos un rumor (era un costum relacionar als savis amb Egipte, un dels primers centres de saviesa de l'antiguitat); Plató diu que Tales va caure a un pou distret quan estava mirant les estrelles, i Aristòtil assegura que Tales va guanyar diners amb un negoci de compraventa d'eines, però aquestes dues anècdotes probablement són una pura sàtira fictícia. Tales va predir un eclipsi i va utilitzar mètodes per a esbrinar l'altura de les piràmides; encara que algú li atribueix un llibre d'astrologia, actualment es creu que aquest llibre no fou escrit per Tales, sinó per Focus de Samos. Tales està considerat un dels set savis de l'antiguitat grega.

Segell grec de 1994 que representa la suposada efígie de Tales.

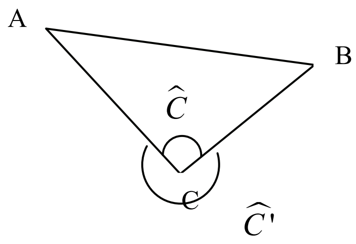
Pitàgores (aproximadament, 582-500 aC) va viure poc després de Tales; ambdós són considerats els iniciadors de la matemàtica grega. Va fundar l'escola pitagòrica al sud de l'actual Itàlia, organització que es guiava per l'amor a la saviesa i especialment a les matemàtiques i a la música. Es diu que hi va haver una rebel·lió contra ells i en van cremar la seu. Alguns conten que el mateix Pitàgores va morir a l'incendi; uns altres, que va fugir i, desencantat, es va deixar morir de fam. En tot cas, aquests breus apunts biogràfics no són més que històries que repeteix la tradició, sense que puguin ser verificades per documents originals. A més de formular el teorema que duu el seu nom, se li va atribuir una taula de multiplicar i l'estudi de la relació entre la música i les matemàtiques.

Detall del quadre de Raffaello Sanzio (1483-1520) *Scuola di Atene* (1509-1510), on es pot observar Pitàgores. Stanza della Segnatura, Palau Pontifici (Vaticà).

Què és un triangle?

> Un triangle és una figura tancada formada per tres segments, denominats *costats*, que s'uneixen en els extrems. Tot triangle té tres angles. Els costats i angles poden ser continus, si hi ha contacte entre ells, o oposats, si no hi ha contacte entre ells. La longitud de qualsevol costat és sempre menor que la suma de les longituds dels altres dos costats, i la suma dels angles d'un triangle és sempre igual a 180º o π rad.

En el pla es poden dibuixar figures delimitades per segments units entre si, anomenats figures poligonals o, simplement, poligonals. Cadascun dels segments d'una poligonal es denomina *costat,* mentre que cada punt d'unió entre dos segments de la poligonal es denomina *vèrtex*. Una poligonal tancada, de manera que cada vèrtex uneixi exactament dos segments, es denomina polígon.



Un triangle és un polígon de tres costats (encara que el seu nom ens indica que té tres angles, fet que és equivalent). Habitualment, un triangle (i, en general, tot polígon) es denomina amb els vèrtexs que el componen. Per exemple, el triangle de la imatge es denomina ABC.

Dos costats qualssevol d'un triangle formen dos angles: l'angle interior i l'angle exterior. El primer és sempre convex (per exemple, $\hat{C}$), mentre que el segon és sempre còncau (per exemple, $\widehat{C'}$). La suma d'aquests dos angles és sempre de 360º. En tot cas, quan es parla dels angles d'un triangle, sempre es fa referència als angles interiors.

Un angle i un costat que no formen part de l'angle són oposats. De la mateixa manera, un vèrtex i un costat que no el contingui, també són oposats. Per exemple, l'angle $\hat{C}$ i el costat AB són oposats.

Les propietats bàsiques d'un triangle són:

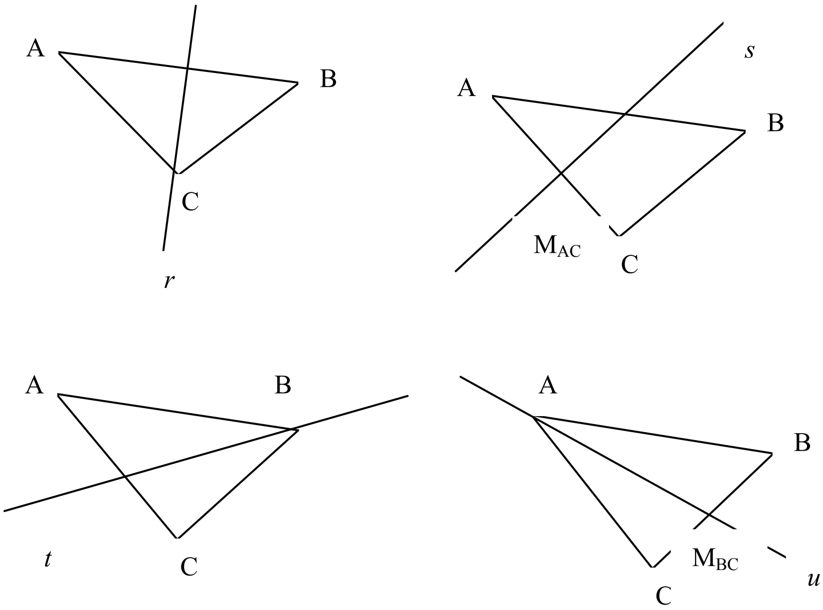
- La longitud de qualsevol costat és sempre menor que la suma de les longituds dels altres dos costats.
- La suma dels angles d'un triangle és sempre igual a 180º o π rad.
- Cada angle exterior d'un triangle és igual a la suma dels dos angles interiors que no li són adjacents, més 180º.

Quines són les rectes i els punts notables d'un triangle i com es troben?

> Les rectes principals d'un triangle són: altura o recta perpendicular a un dels seus costats i que conté el seu vèrtex oposat; mediatriu o recta perpendicular a aquest costat que conté el seu punt mig; bisectriu o recta que divideix un dels angles del triangle en dos d'iguals: mitjana o recta que passa pel punt mig d'un dels seus costats i pel vèrtex oposat. Els punts d'intersecció dels grups de tres rectes anteriors es denominen, respectivament, ortocentre, circumcentre, incentre i baricentre.

Hi ha certes rectes importants que es poden representar a partir dels elements d'un triangle:

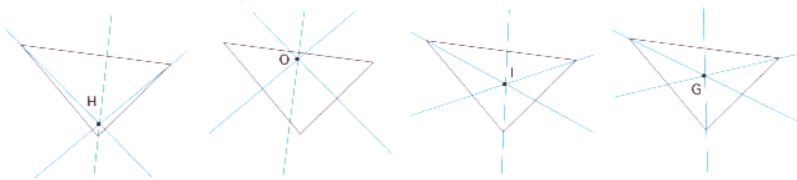
- Una altura d'un triangle és una recta perpendicular a un dels seus costats i que conté el seu vèrtex oposat. Per exemple, *r* és una altura del triangle ABC, ja que és perpendicular a AB i passa per C.
- La mediatriu d'un costat d'un triangle, com és sabut, és una recta perpendicular a aquest costat, que conté el seu punt mig. Per exemple, *s* és la mediatriu de AC, ja que és perpendicular a aquest segment i passa pel seu punt mig, M_{AC} .
- Una bisectriu d'un triangle és, com és sabut, una recta que divideix un dels angles del triangle en dos d'iguals. Per exemple, *t* és una bisectriu d'ABC, ja que és la bisectriu de l'angle $\hat{B}$.
- Una mitjana d'un triangle és una recta que passa pel punt mig d'un dels seus costats i pel vèrtex oposat. Per exemple, *u* és una mitjana del triangle ABC, ja que passa per A i pel punt mig de BC, M_{BC} .



Una altura, una mediatriu, una bisectriu i una mitjana d'un triangle ABC

Aquestes rectes compleixen aquestes propietats:

- Les tres altures d'un triangle es tallen en un punt. Aquest punt es denomina *ortocentre* i s'indica amb la lletra H.
- Les tres mediatrius d'un triangle es tallen en un punt. Aquest punt es denomina *circumcentre* i s'indica amb la lletra O.
- Les tres bisectrius d'un triangle es tallen en un punt. Aquest punt es denomina *incentre* i s'indica amb la lletra I.
- Les tres mitjanes d'un triangle es tallen en un punt. Aquest punt es denomina *baricentre* i s'indica amb la lletra G.



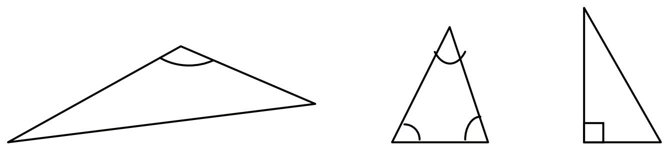
Ortocentre, circumcentre, incentre i baricentre d'un triangle

Quins són els principals tipus de triangles?

> Els triangles es poden classificar segons quins siguin els seus angles; en aquest cas, es distingeixen els triangles obtusangles, acutangles i rectangles. També es poden classificar segons quins siguin els seus costats; en aquest cas, es distingeixen els triangles escalens, isòsceles i equilàters.

Els triangles es poden classificar a partir dels seus angles o dels seus costats. La classificació a partir dels seus angles és la següent:

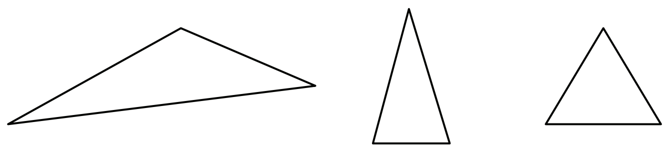
- Triangle obtusangle: aquell que té un angle obtús. Els altres dos són angles aguts.
- Triangle acutangle: aquell que té els tres angles aguts.
- Triangle rectangle: aquell que té un angle recte. Els altres dos angles són complementaris.



obtusangle acutangle rectangle

Segons quins siguin els seus costats, els triangles es poden classificar en:

- Triangle escalè, que té els tres costats de longitud diferent. De la mateixa manera, els seus tres angles són diferents.
- Triangle isòsceles, que té dos costats iguals. Igualment, té dos angles iguals.
- Triangle equilàter, que té costats i angles iguals. En aquest cas, cadascun dels angles mesura 60º.



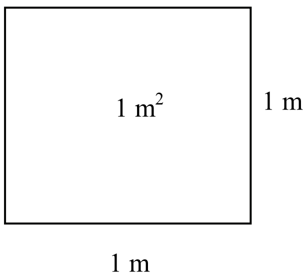
escalè isòsceles equilàter

Com es calcula el perímetre i l’àrea d’un triangle?

> El perímetre d’un triangle és la suma de les longituds dels seus costats, i l’àrea d’un triangle és la mesura de la seva extensió. Per al càlcul de l’àrea d’un triangle s’ha de multiplicar la seva base per la seva altura i dividir-la entre 2.

El perímetre d’un triangle (i, en general, de qualsevol polígon) és la suma de les longituds dels seus costats. L’àrea d’un triangle (o de qualsevol polígon) és la mesura de la seva extensió. La unitat del SI per a mesurar l’àrea és el metre quadrat i el seu símbol és m^2. Aquesta unitat es defineix a partir del metre: l’extensió que ocupa un metre quadrat és igual a la d’un quadrat que té 1 m de costat.

El sistema d’unitats d’àrea deriva del m^2, de manera que per a obtenir-ne una qualsevol, es multiplica l’anterior (en el quadre, la unitat inferior) per 10^2:



Unitats	Símbol	Equival a Equival	a.
quilòmetre quadrat	km^2	1000000 m^2	10^6 m^2
hectòmetre quadrat	hm^2	10000 m^2	10^4 m^2
decàmetre quadrat	dam^2	100 m^2	10^2 m^2
metre quadrat	m^2	1 m^2	10^0 m^2
decímetre quadrat	dm^2	0,01 m^2	10^{-2} m^2
centímetre quadrat	cm^2	0,0001 m^2	10^{-4} m^2
mil·límetre quadrat	mm^2	0,000001 m^2	10^{-6} m^2

La taula es podria estendre cap amunt amb unitats majors, i cap avall amb unitats menors.

Habitualment, s’utilitzarà la lletra P per a referir-se al perímetre d’una figura. Així, per exemple, si un triangle té costats 7 cm, 8 cm i 9 cm, el seu perímetre serà igual a:

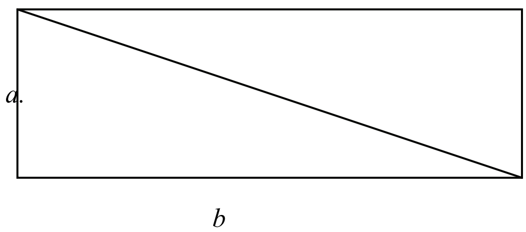
$$P = 7 + 8 + 9 = 24 \text{ cm}$$

En general, el perímetre d’un triangle de costats a , b i c és igual a

$$\mathrm{P} = a + b + c.$$

Normalment, l’àrea d’una figura s’indica amb la lletra A. Per a calcular l’àrea de qualsevol triangle hem de recórrer al càlcul de l’àrea d’un triangle rectangle.

Si s’observa aquesta figura, es pot comprovar que el rectangle està format per dos triangles rectangles:

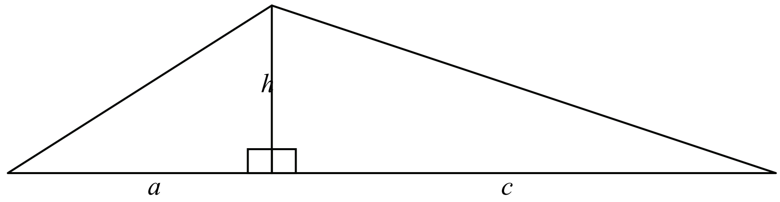


L’àrea del rectangle és igual a ab; després l’àrea de cada triangle rectangle és igual a la meitat, és a dir, l’àrea d’un triangle és igual a:

$$A = ab/2$$

essent a i b els costats que formen l’angle recte del triangle rectangle.

Aquest fet ens permet calcular l'àrea de qualsevol triangle, ja que sempre es pot descompondre en dos triangles rectangles a partir d'una de les seves altures, tal com mostra la imatge:



Una vegada determinada la recta altura, a partir d'aquesta es pot calcular l'àrea del triangle:

- La base del triangle és el costat sobre el qual la recta altura cau en perpendicular. En l'exemple, la base és la suma de $a + c$.
- Respecte de la base anterior, l'altura és el segment perpendicular que té un extrem en el vèrtex oposat a la base, i l'altre sobre aquesta base. En aquest cas, l'altura és h.

L'àrea del triangle serà igual a l'àrea dels dos triangles rectangles marcats, és a dir,

$$ah/2 + ch/2 = (a + c)h/2$$

En definitiva, l'àrea d'un triangle qualsevol es pot trobar multiplicant la seva base per la seva altura i dividint el resultat entre 2.

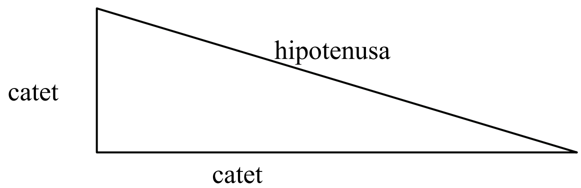
En què consisteix el teorema de Pitàgores i com s'aplica?

> El teorema de Pitàgores és un resultat que s'aplica sobre qualsevol triangle rectangle. Si es defineix la hipotenusa com el costat oposat a l'angle recte del triangle rectangle, i els catets com els altres dos costats, el teorema de Pitàgores afirma que el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets.

El triangle rectangle és el més important i, segurament, la figura plana més utilitzada i estudiada al llarg de la història. Per tot això, mereix una atenció especial.

Els costats d'un triangle rectangle reben un nom especial:

- La hipotenusa d'un triangle és el costat oposat a l'angle recte.
- Els altres dos costats, que formen l'angle recte, es denominen *catets.*



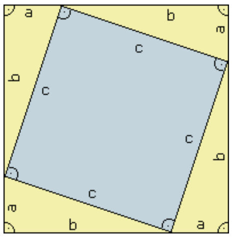
El teorema de Pitàgores estableix una relació entre els catets i la hipotenusa de qualsevol triangle rectangle: el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets. És a dir, si c és la longitud de la hipotenusa, a i b són les longituds dels seus catets, llavors:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Com s'ha dit, aquesta fórmula es compleix en tot triangle rectangle i, a més, al seu torn, qualsevol triangle que la compleixi és un triangle rectangle. Per exemple, si un triangle rectangle té catets que mesuren 3 i 4 cm, respectivament, llavors la seva hipotenusa ha de mesurar, necessàriament, 5 cm, ja que:

$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

Per a la demostració del teorema de Pitàgores, es construeix el triangle de costats *a* , *b* i *c*, essent *c* la hipotenusa. Es construeix, posteriorment, el quadrat de costats $a + b$, tal com mostra aquesta imatge:



L'àrea del quadrat major és igual a $(a + b)^2$, i és la mateixa que la suma de l'àrea dels quatre triangles rectangles ($4 \cdot ab/2$) més l'àrea del quadrat interior (c^2). Per tant,

$$(a + b)^2 = c^2 + 2ab$$

ja sabem que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, per tant,

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

en definitiva, si es resta $2bc$ a banda i banda:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

És a dir, el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets.

El teorema de Pitàgores permet, doncs, trobar un dels costats d'un triangle rectangle, sempre que es coneguin els altres dos costats. Per exemple, si la hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 13 cm, i un dels seus catets mesura 5 cm, llavors només falta trobar l'altre catet sabent que:

$$13^2 = 5^2 + b^2$$

Per tant,

$$b^2 = 13^2 - 5^2 = 121 \rightarrow \qquad b = 12$$

Quan són semblants dos triangles?

> Dos triangles són semblants quan tenen els mateixos angles i els seus costats són proporcionals. Aquesta definició es basa en el teorema de Tales, que estudia la relació mètrica entre els punts d'intersecció de tres rectes paral·leles amb dues rectes més que s'intersequen.

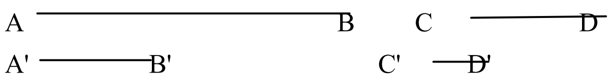
En el llenguatge usual, se sol dir que dos objectes són semblants si tenen una similitud en la seva forma. Aquest concepte és molt útil en geometria perquè permet relacionar objectes diferents.

La proporció entre dos segments és el quocient de les seves longituds. Així, si la proporció entre AB i A'B' és 3, significa que

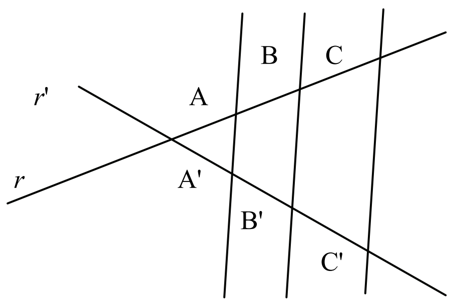
$$AB/A'B' = 3$$

dit d'una altra manera, el segment AB és el triple que el segment A'B'.

Dos parells de segments es diu que són proporcionals si la seva proporció és idèntica. Per exemple, si la proporció entre AB i A'B' és igual a 3, i la proporció entre CD i C'D' és igual, també, a 3, llavors la parella AB, A'B' és proporcional a la parella CD, C'D'.



Si dues rectes que es tallen, *r* i *r*’, s’intersequen amb tres rectes paral·leles, tal com es mostra en la figura:

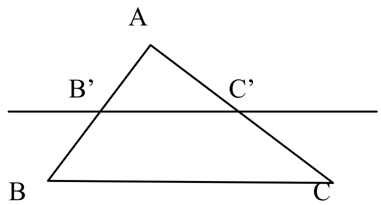


el teorema de Tales afirma que en aquestes condicions:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

és a dir, dues parelles de segments corresponents qualssevol determinats sobre *r* i *r*’, són proporcionals.

Aquest teorema té moltes aplicacions en l’estudi de triangles. Una de les més importants és aquesta: si un triangle rectangle ABC es talla amb una paral·lela en un dels seus costats, com es mostra en aquesta il·lustració:



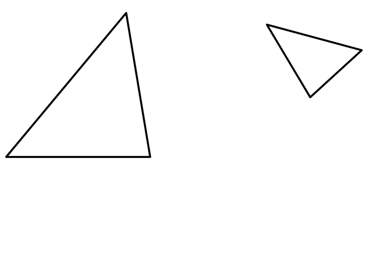
llavors, no és difícil demostrar amb ajuda del teorema de Tales que

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$$

En altres paraules, que si es talla un triangle amb una recta paral·lela a un dels seus costats, el triangle original, i el creat a partir d’aquesta intersecció, tenen els seus costats proporcionals. A més, observem de manera immediata que els seus angles són iguals. Dos triangles que compleixin ambdues condicions, és a dir:

- tenen tots els parells de costats proporcionals,
- tenen angles iguals

es denominen *triangles semblants*. La proporció entre els costats es denomina *raó de la semblança*. Així, doncs, per a obtenir un triangle semblant a un altre, només hem de desplaçar l’original, giravoltar-lo, "encongir-lo" o "expandir-lo", com es veu a la imatge.

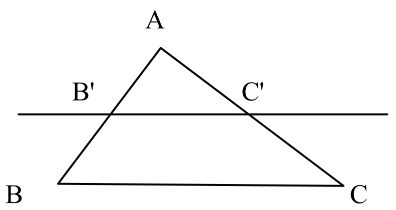


Quins són els criteris de semblança de triangles?

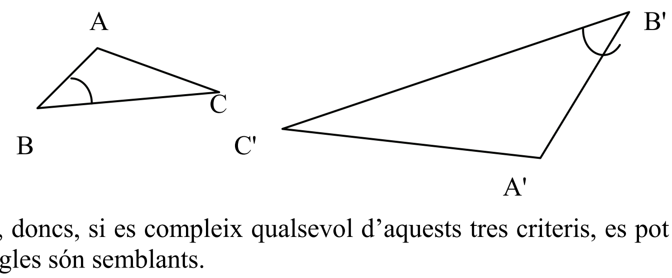
> Hi ha tres criteris de semblança: dos triangles són semblants si tenen dos angles iguals; el segon: dos triangles són semblants si tenen els costats proporcionals; i el tercer: dos triangles són semblants si tenen dos parells de costats proporcionals, i l'angle que formen és igual. En el cas dels triangles rectangles, els criteris se simplifiquen: el primer, dos triangles rectangles són semblants si tenen un dels angles no rectes iguals; el segon, dos triangles rectangles són semblants si tenen els catets proporcionals, o bé, un catet i la hipotenusa proporcionals.

Coneixem les condicions que han de complir dos triangles per a ser semblants. Ara bé, no cal demostrar les dues condicions anteriors per a confirmar que dos triangles són semblants: n'hi ha prou que es compleixi un d'aquests criteris, menys exigents:

- Primer criteri: dos triangles són semblants si tenen dos angles iguals.
  Això és així perquè, en primer lloc, el tercer angle també ha de ser igual. A més, si dos triangles ABC i A'B'C' tenen els angles iguals, sempre es podran situar d'aquesta manera:

  I en aquesta situació, ambdós triangles han de tenir també els costats proporcionals.
- Segon criteri: dos triangles són semblants si tenen els tres costats proporcionals. De manera semblant al criteri anterior, si dos triangles tenen els tres costats proporcionals, llavors és fàcil demostrar que tenen els angles iguals.
- Tercer criteri: dus triangles són semblants si tenen dos parells de costats proporcionals i l'angle que formen és igual.
  Per exemple, el triangle ABC és semblant al triangle A'B'C' si $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$ i, a més, $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$.

Així, doncs, si es compleix qualsevol d'aquests tres criteris, es pot assegurar que els triangles són semblants.

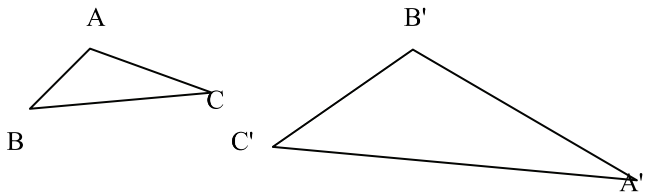
En el cas del triangle rectangle, encara es poden simplificar més, ja que coneixem un dels seus angles:

- Criteri 1: dos triangles rectangles són semblants si tenen un dels angles no rectes iguals.
- Criteri 2: dos triangles rectangles són semblants si tenen els catets proporcionals, o bé, un catet i la hipotenusa proporcionals.

Com es comprova si dos triangles són semblants?

> Per a aplicar correctament els criteris de semblança, en primer lloc, s'ha d'analitzar la informació que es posseeix dels triangles. A continuació s'ha de completar, si això és possible (per exemple, trobant l'angle que falta si es tenen dos angles d'un triangle). Finalment, s'ha d'aplicar el criteri de semblança que faci servir les dades que es tenen, provant diverses combinacions de les dades si calgués.

Donats dos triangles qualssevol, per a comprovar si són semblants, s'ha d'intentar aplicar algun dels criteris anteriors, segons quina sigui la informació de què es disposi. Per exemple, donats aquests triangles:



Podem trobar-nos amb les situacions següents:

- Si coneixem dos angles de cada triangle: $\widehat{A} = 100^o$, $\widehat{B} = 29^o$, $\widehat{B'} = 100^o$, $\widehat{A'} = 51^o$, aquests triangles són semblants?
  Atès que la informació de què es disposa és únicament sobre angles, s'ha d'intentar aplicar el criteri 1; per això s'ha de calcular l'altre angle de cada triangle. En el triangle ABC, l'angle $\widehat{C}$ =100 – 29 = 51º, per tant, ambdós triangles comparteixen dos angles, un de 100º, i altre de 51º (és evident que, encara que no s'hagi calculat, l'últim angle de 29º també el comparteixen). Així, doncs, podem afirmar que aquests dos triangles són semblants.
- Es coneixen els costats següents: AB = 3 cm, AC = 4 cm, BC = 5 cm, A'B' = 8 cm, B'C' = 6 cm i A'C' = 10 cm. Són semblants aquests triangles?

  Com que només es coneixen els costats, s'ha d'intentar aplicar el criteri 2. Es pot comprovar com:
  $$\frac{10}{5} = \frac{8}{4} = \frac{6}{3} = 2$$
  Per tant, es pot afirmar que aquests dos triangles són semblants, i la seva raó de semblança és 2. S'ha d'observar que no és imprescindible que coincideixin els noms dels costats que han de ser semblants. Per tant, s'han de provar les diferents combinacions de costats per a descobrir si n'hi ha cap que la compleixi. En aquest cas, s'hauria d'expressar d'aquesta manera:
  $$\frac{A'C'}{BC} = \frac{A'B'}{AC} = \frac{B'C'}{AB}$$
- Es coneixen les dades següents: AB = 3 cm, BC = 5 cm, B'C' = 6 cm i A'C' = 10 cm, a més, $\widehat{B} = 29^o$, $\widehat{C'} = 29^o$. Són semblants aquests triangles?

  En aquest cas, es pot aplicar el criteri 3, ja que es tenen dos parells de costats i dos angles. És evident que els costats són proporcionals i l'angle contigu a aquests costats és igual en ambdós triangles. Per tant, els triangles han de ser semblants.