
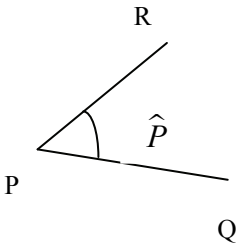
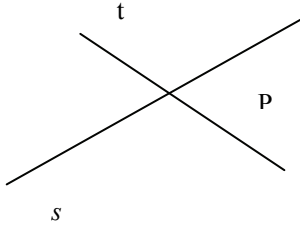
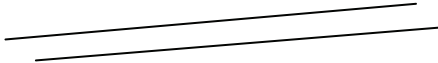


## **Elements de la geometria plana**

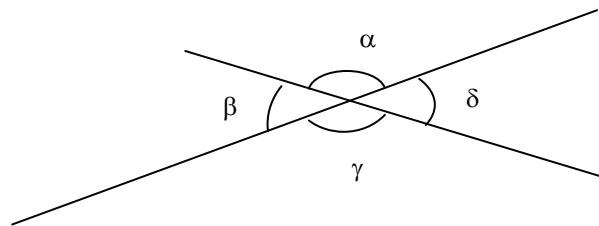
## Elements de la geometria plana

Els elements bàsics de la geometria plana											
<b>El punt</b>	<p>El <b>punt</b> és l'element mínim del pla. Els altres elements geomètrics estan formats per punts. Habitualment, el punt es designa amb una lletra majúscula.</p> <p style="text-align: center;">. P</p>										
<b>El segment</b>	<p>Un <b>segment entre dos punts P i Q</b> és la línia més curta que uneix P i Q. S'anomena segment PQ. P i Q són els <b>extrems</b> de el segment.</p> <p style="text-align: center;">P ————— Q</p> <p>El <b>punt mig</b> d'un segment és el punt del segment que es troba a la mateixa distància dels seus dos extrems.</p>										
<b>La recta</b>	<p>A l'estendre un segment pels seus extrems sense límit, s'obté una <b>recta</b>. Habitualment, una recta es designa amb una lletra minúscula.</p> <p style="text-align: center;">r</p> 										
<b>L'angle</b>	<p>Un <b>angle</b> és l'obertura entre dos segments units per un extrem. Un angle es designa, habitualment, amb el nom de l'extrem en el que es forma, coronat pel símbol <math>\hat{\phantom{P}}</math>.</p> <p style="text-align: center;">  </p> <p><b>Principals angles</b></p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%; border: none;">L'angle nul, que mesura <math>0^\circ</math>.</td> <td style="width: 50%; border: none;">L'angle recte, que mesura <math>90^\circ</math>.</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">L'angle pla, que mesura <math>180^\circ</math>.</td> <td style="border: none;">L'angle complet, que mesura <math>360^\circ</math>.</td> </tr> </table> <p><b>Tipus principals d'angles</b></p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%; border: none;">L'angle agut, menor que <math>90^\circ</math>.</td> <td style="width: 50%; border: none;">L'angle obtús, major que <math>90^\circ</math>.</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">L'angle convex, menor que <math>180^\circ</math>.</td> <td style="border: none;">L'angle còncav, major que <math>180^\circ</math>.</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">Dos angles complementaris sumen <math>90^\circ</math>.</td> <td style="border: none;">Dos angles suplementaris sumen <math>180^\circ</math>.</td> </tr> </table>	L'angle nul, que mesura $0^\circ$ .	L'angle recte, que mesura $90^\circ$ .	L'angle pla, que mesura $180^\circ$ .	L'angle complet, que mesura $360^\circ$ .	L'angle agut, menor que $90^\circ$ .	L'angle obtús, major que $90^\circ$ .	L'angle convex, menor que $180^\circ$ .	L'angle còncav, major que $180^\circ$ .	Dos angles complementaris sumen $90^\circ$ .	Dos angles suplementaris sumen $180^\circ$ .
L'angle nul, que mesura $0^\circ$ .	L'angle recte, que mesura $90^\circ$ .										
L'angle pla, que mesura $180^\circ$ .	L'angle complet, que mesura $360^\circ$ .										
L'angle agut, menor que $90^\circ$ .	L'angle obtús, major que $90^\circ$ .										
L'angle convex, menor que $180^\circ$ .	L'angle còncav, major que $180^\circ$ .										
Dos angles complementaris sumen $90^\circ$ .	Dos angles suplementaris sumen $180^\circ$ .										
La posició de dues rectes											
<b>Intersecció de rectes</b>	<p>Dues rectes s'intersequen o tallen si tenen algun punt en comú. Aquest punt s'anomena punt d'intersecció.</p> <p style="text-align: center;">  </p>										
<b>Rectes paral·leles</b>	<p>Dues rectes són paral·leles si no es tallen mai, és a dir, sempre es mantenen a la mateixa distància.</p> <p style="text-align: center;">  </p>										

### Els angles entre rectes que es tallen

#### Definicions

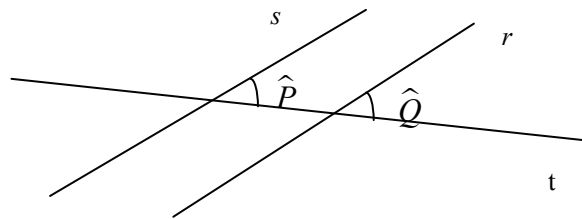
Entre dues rectes que es tallen es formen quatre angles.



Els angles oposats pel vèrtex són iguals, i els angles contigus són suplementaris.

Dues rectes són perpendiculars si un dels angles que formen entre elles és recte (de  $90^\circ$ ).

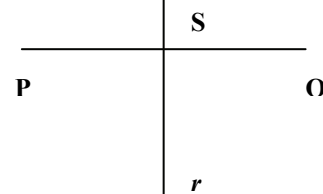
#### Angles i rectes paral·leles



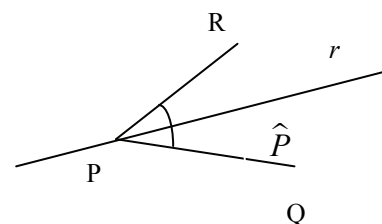
Si  $r$  i  $s$  són paral·leles, aleshores  $\hat{P} = \hat{Q}$

### La mediatriu i la bisectriu

La mediatriu d'un segment és la recta perpendicular al segment que passa pel seu punt mig.

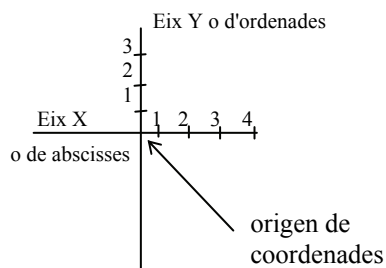


La bisectriu d'un angle és la recta que el divideix en dues parts iguals.



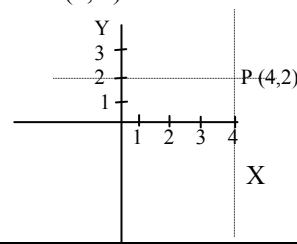
### La representació dels punts del pla

- Sistema de representació cartesià



- Representació d'un punt, expressat com un parell ordenat  $(x,y)$

Es representa el punt  $P$ , que és igual al parell ordenat  $(4, 2)$ .



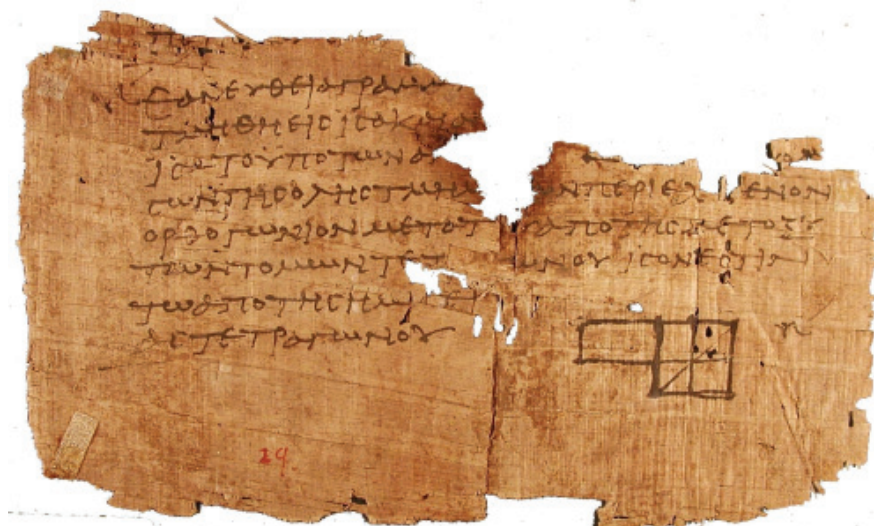
## La geometria en la història

La geometria és una de les disciplines matemàtiques més antigues, desenvolupada amb gran intensitat pels grecs antics (Euclides, Arquimedes, Apol·loni de Perga, etc.). En qualsevol cas, alguns historiadors deien que cal buscar el seu origen a Egipte: les crescudes periòdiques del Nil desfeien els límits dels camps de cultiu instal·lats al seu pas. Aquest fet anual va afavorir l'estudi de la forma i la grandària d'aquests terrenys per a poder reproduir-los una vegada finalitzada la crescuda del riu.

Encara que no és probable que aquest sigui el veritable origen de la geometria, mostra clarament l'objecte d'estudi de la geometria: la forma i la grandària dels objectes. Aquesta disciplina és molt útil, a part de per a l'agricultura, en l'estudi de l'univers, en l'arquitectura, en el disseny industrial, etc. En aquest capítol ens centrarem en l'estudi de la geometria plana, és a dir, la qual s'ocupa dels objectes situats sobre un pla (que hauríem d'imaginar com un immens paper, de gran extensió).

En la il·lustració pot veure's un fragment d'un rotllo de paper dels primers anys de l'era actual. Es va trobar entre 1896-7, entre piles de deixalles de la ciutat antiga de Oxirinc, prop de la actual llogaret de Behnesa (a uns 150 km de distància de El Caire, riu amunt) per l'expedició de B. P. Grenfell i A. S. Hunt de la Universitat de Oxford (ara està guardat en la Universitat de Pennsilvània). Oxirinc era en aquella època un poblat de colons grecs, un romanent de la conquesta del 330 d. de C. d'Alexandre Magne. Es creu que Euclides mateix va viure i va ensenyar a Alexandria al voltant de 300 a . C.

El fragment conté l'enunciat, en grec, de la Proposició 5 del llibre II dels *Elements* de Euclides. No hi ha resta de la demostració d'aquesta proposició. Les paraules no estan separades unes d'unes altres, pràctica normal en els manuscrits grecs del període.



La seva traducció diria així: "Si una línia recta es talla en dos segments iguals i dos segments desiguals, llavors el rectangle format pels segments desiguals més el quadrat de costat igual a la distància entre els punts, és igual al quadrat de costat la meitat de tota la línia". Dit d'altra manera, pot ser interpretat en termes algebraics de la següent forma:

$$ab + (a - b)^2/4 = (a + b)^2/4.$$

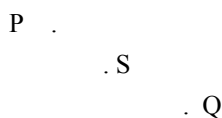
## Quins són els elements bàsics del pla?

Els elements bàsics del pla són els punts, els segments i els angles.  
L'element mínim del pla és el punt. Un segment és la línia més curta entre dos punts. Finalment, un angle és l'obertura que es forma entre dos segments que coincideixen en un punt.

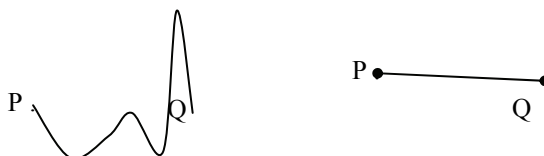
L'element mínim del pla és el punt. Pot imaginar-se com la marca que deixa un llapis a l'impactar sobre un paper només amb la punta. El pla està ple de punts i qualsevol objecte pla està format per un grup d'aquests punts. Per a diferenciar un punt d'un altre, aquests solen denominar-se amb lletres majúscules. Per exemple, la següent il·lustració conté els punts A i B:



El punt mig entre dos punts P i Q és aquell que es troba a la mateixa distància de P que de Q. Per exemple, S és el punt mig de P i Q.

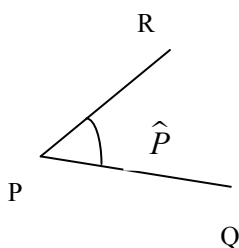


Un segment entre dos punts, P i Q, és la línia més curta que s'inicia a P i acaba a Q. En aquesta il·lustració, només la línia de la dreta és un segment. Els punts que limiten el segment es denominen extrems. Tal com pot observar-se en la imatge, han de marcar-se tant la línia, com els seus extrems per a representar correctament un segment. De vegades, per a simplificar, no es marquen els extrems si queda suficientment clar que es tracta d'un segment (perquè es troben les lletres dels punts).



Per a distingir un segment d'un altre, se sol anomenar-los: el segment d'extrems P i Q s'anomena segment PQ. La distància entre P i Q és la longitud del segment PQ.

Un angle es forma a partir de dos segments que tenen un extrem comú. Aquest extrem se sol denominar vèrtex. L'amplitud d'un angle és l'obertura que hi ha entre aquests dos segments. Normalment, a l'amplitud d'un angle se l'anomena simplement angle. Una de les formes d'indicar un angle consisteix a usar la mateixa lletra que el punt on es forma, coronada amb el signe  $\hat{\phantom{P}}$ . Per exemple:



L'angle es forma al voltant del punt P i, per això, se l'anomena  $\hat{P}$ . De vegades, els angles s'anomenen amb lletres de l'alfabet grec:  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  També és possible denominar-los amb una expressió formada per les lletres dels 3 punts que formen l'angle, coronats per  $\hat{\phantom{P}}$ . Per exemple, l'angle anterior també podria denominar-se  $\widehat{QPR}$ .

## Com es mesuren els elements bàsics del pla?

El Sistema Internacional d'Unitats utilitza el metre (m) com a unitat de mesura de la distància i el radian (rad) com a unitat de mesura dels angles plans. En qualsevol cas, està molt estès l'ús del grau sexagesimal en la mesura dels angles, d'origen molt antic.

El Sistema Internacional de Mesures estableix el metre com unitat de mesura de la longitud. El símbol que la representa és una m. El sistema d'unitats del metre i les seves equivalències és el següent:

El Sistema Internacional d'Unitats és el nom adoptat per la XI Conferència General de Pesos i Mesures (celebrada a París en 1960) per a un sistema universal, unificat i coherent d'unitats de mesura, basat en el sistema *mks* (metre–quilogram–segon). Aquest sistema es coneix com SI, inicials de Sistema Internacional. En la Conferència de 1960 es van definir els patrons per a sis unitats bàsiques o fonamentals (metre, quilogram, segon, grau, amper i la candela) i dues unitats suplementàries (radian i estereoradian); en 1971 es va afegir una setena unitat fonamental, el mol. Les dues unitats suplementàries es van suprimir com una classe independent dintre del Sistema Internacional en la XX Conferència General de Pesos i mesures (1995); aquestes dues unitats van quedar incorporades al SI com unitats derivades sense dimensions. Els símbols d'aquestes unitats són els mateixos en tots els idiomes.

Unitats	Símbol	Equival a Equival	a.
kilòmetre	km	1000 m	$10^3$ m
hectòmetre	hm	100 m	$10^2$ m
decàmetre	dam	10 m	$10^1$ m
metre	m	1 m	$10^0$ m
decímetre	dm	0,1 m	$10^{-1}$ m
centímetre	cm	0,01 m	$10^{-2}$ m
mil·límetre	mm	0,001 m	$10^{-3}$ m

Així, doncs, el quilòmetre, el hectòmetre i el decàmetre són múltiples del metre, mentre que el decímetre, el centímetre i el mil·límetre són submúltiples del metre. La taula podria estendre's més, amb més múltiples i submúltiples del metre.

Els angles es mesuren, tradicionalment, en graus (denominats graus sexagesimals), que s'indiquen amb  $^\circ$ , i la seva mesura pot anar de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ . Ara bé, els angles també poden expressar-se en radians (rad) tenint en compte aquesta equivalència:

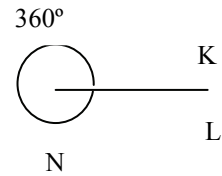
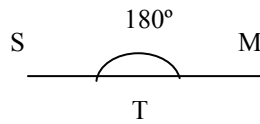
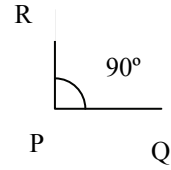
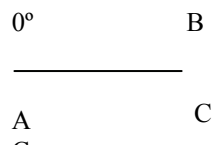
$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

és a dir,  $1 \text{ rad} = 180/\pi \text{ graus} \cong 57,3^\circ$ . Per tant, per a transformar graus sexagesimals en radians ha de dividir-se entre  $180/\pi$ ; en canvi, per a transformar radians en graus sexagesimals, ha de multiplicar-se per  $180/\pi$ . Per exemple

$$3 \text{ rad} \xrightarrow{\text{multiplicant per } \frac{180}{\pi}} \approx 171,9^\circ$$

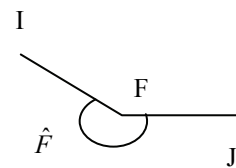
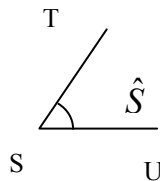
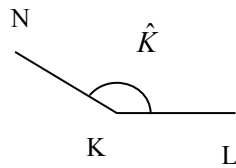
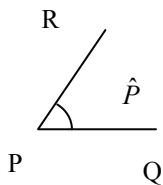
Alguns dels angles més comuns són:

- L'angle nul, que mesura  $0^\circ$  o  $0 \text{ rad}$ . L'angle  $\hat{A} = 0^\circ$
- L'angle recte, que mesura  $90^\circ$  o  $\pi/2 \text{ rad}$ . L'angle  $\hat{P} = 90^\circ$ .
- L'angle pla, que mesura  $180^\circ$  o  $\pi \text{ rad}$ . L'angle  $\hat{T} = 180^\circ$ .
- L'angle complet, que mesura  $360^\circ$  o  $2\pi \text{ rad}$ . L'angle  $\hat{N} = 360^\circ$ .



La principal classificació dels angles, basada en la comparació amb l'angle recte i l'angle pla, distingeix:

- Angles aguts: qualsevol angle menor que l'angle recte. Per exemple,  $\hat{P} = 39^\circ$  és un angle agut.
- Angles obtusos: qualsevol angle major que l'angle recte. Per exemple,  $\hat{K} = 120^\circ$  és un angle obtús.
- Angles convexos: qualsevol angle menor que l'angle pla. Per exemple,  $\hat{S} = 65^\circ$  és un angle convex.
- Angles còncaus: qualsevol angle major que l'angle pla. Per exemple, l'angle  $\hat{F} = 245^\circ$  és un angle còncau.



Existeixen també relacions entre dos angles que permeten classificar-los en:

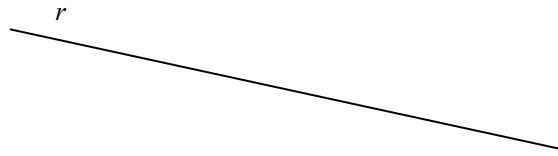
- Complementaris: si la suma dels angles és igual a un angle recte, és a dir,  $90^\circ$ . Per exemple,  $42^\circ$  és el angle complementari de  $48^\circ$ , ja que  $42^\circ + 48^\circ = 90^\circ$ .
- Suplementaris: si la suma dels angles és igual a un angle pla, és a dir,  $180^\circ$ . Per exemple,  $49^\circ$  és l'angle suplementari de  $131^\circ$ , ja que  $49^\circ + 131^\circ = 180^\circ$ .

Què és una recta i quin és la seva relació amb els altres elements bàsics?

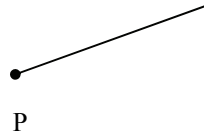
Un altre dels elements essencials que podem trobar en el pla és la recta. Una recta pot imaginar-se com una prolongació sense fi d'un segment, per ambdós extrems. En el cas en el que només es prolongui un dels seus extrems, s'anomena semirecta. Dues rectes del pla poden o bé ser paral·leles, o bé tallar-se o interseçar-se en un únic punt. En aquest cas, entre ambdues rectes es formen 4 angles.

Al continuar indefinidament un segment per ambdós extrems, seguint la mateixa línia, s'obté una recta. Pot imaginar-se una recta, doncs, com un segment il·limitat i sense extrems. Normalment, una recta es designa amb una lletra minúscula, en general, una consonant. La representació d'una recta mai pot realitzar-se de forma

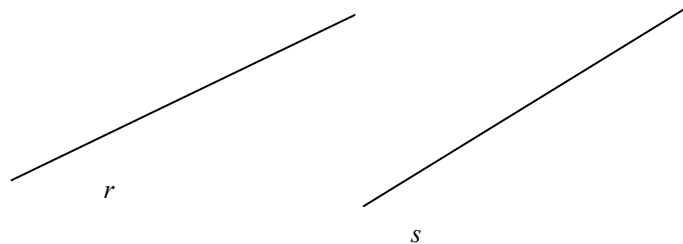
completa perquè hauríem de sortir dels límits del paper en el que es representa. Per això, la seva representació és molt similar a la d'un segment, amb dues excepcions: no es marquen extrems i es denomina amb una sola lletra, generalment minúscula. Així, per exemple, aquesta podria ser la recta  $r$ :



Una semirecta, a diferència d'una recta, només s'estén il·limitadament per un extrem, mentre que per l'altre té com extrem un punt. Per exemple, aquesta il·lustració podria representar una semirecta:

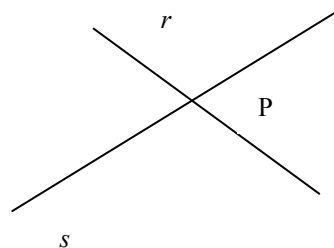


Dues rectes situades en el pla poden o bé tallar-se o intersecar-se, o bé ser paral·leles. Les rectes paral·leles són aquelles que mai es tallen, ni tan solament fora de l'àrea representada. Per exemple,  $r$  i  $s$  són rectes paral·leles:

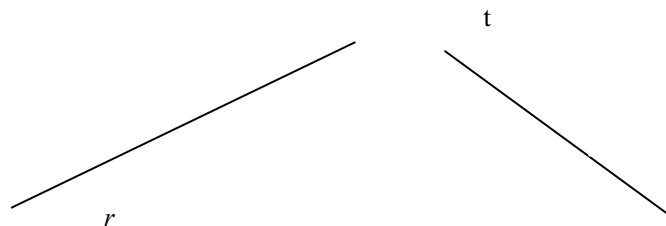


És evident que si dues rectes són paral·leles, i una d'elles és paral·lela a una tercera, l'altra recta també ha de ser paral·lela a aquesta tercera. De la mateixa manera, si una recta talla una recta, també ha de tallar a totes les rectes que són paral·leles a aquesta (encara que ho faci fora de l'àrea del dibuix).

Dues rectes poden tallar-se (o intersecar-se) en un punt, anomenat punt d'intersecció. Per exemple, el punt  $P$  de la il·lustració pertany tant a la recta  $r$  com a la recta  $s$ ; per tant,  $r$  i  $s$  es tallen en el punt  $P$

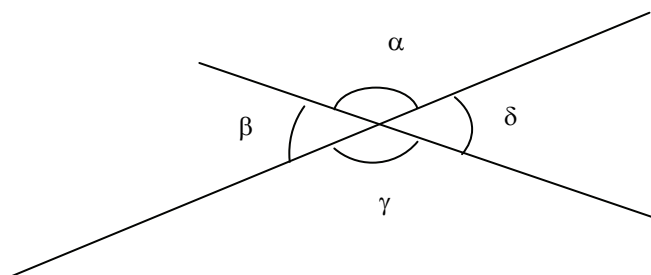


Cap destacar que, de vegades, dues rectes poden tallar-se fora de l'àrea dibuixada; a n així, ha de dir-se que es tallen. Per exemple, les rectes  $r$  i  $t$  es tallen fora de l'àrea dibuixada:





Entre dues rectes que es tallen es formen quatre angles.

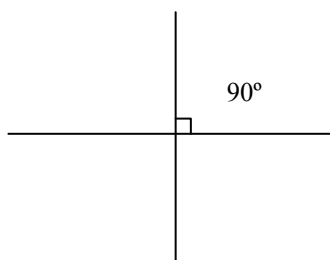


Es diu que els angles  $\alpha$  i  $\gamma$  són oposats pel vèrtex; de la mateixa manera, els angles  $\beta$  i  $\delta$  són oposats pel vèrtex. En canvi, es diu que els angles  $\alpha$  i  $\beta$  són contigus; de la mateixa manera,  $\alpha$  i  $\delta$  són contigus,  $\beta$  i  $\gamma$  són contigus,  $\gamma$  i  $\delta$  són contigus. Aquests angles tenen aquestes propietats, fàcils d'observar:

- Dos angles oposats pel vèrtex són iguals. És a dir,  $\alpha = \gamma$ , i  $\beta = \delta$ .
- Dos angles contigus són suplementaris, és a dir, sumen  $180^\circ$ . Per tant,  $\alpha + \beta = 180^\circ$ ,  $\alpha + \delta = 180^\circ$ ,  $\beta + \gamma = 180^\circ$ ,  $\gamma + \delta = 180^\circ$ .

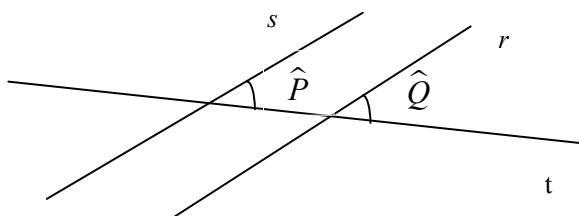
Aquestes dues propietats ens asseguren que coneixent només un dels angles de la intersecció de dues rectes, podem conèixer els altres tres de manera immediata.

Entre les rectes que es tallen, mereixen un comentari especial les quals formen un angle recte; dues rectes que compleixin aquesta propietat es denominen perpendiculars. Per exemple, aquestes rectes són perpendiculars:



Normalment, l'angle recte entre dues rectes sol indicar-se amb un petit quadrat aixecat sobre la intersecció de les rectes, tal com pot observar-se en la imatge. També pot observar-se fàcilment que si un dels angles entre les dues rectes és de  $90^\circ$ , tots ells han de ser de  $90^\circ$ : l'oposat ha de ser de  $90^\circ$ ; els dos contigus a l'angle recte també han de ser de  $90^\circ$ , ja que només aquest angle, sumat al recte, resulta  $180^\circ$ .

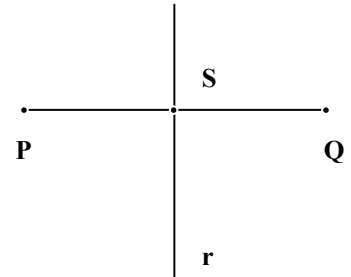
Si dues rectes,  $r$  i  $s$ , són paral·leles i una altra recta,  $t$ , talla a ambdues, els angles formats entre  $r$  i  $t$  són els mateixos que els formats entre  $s$  i  $t$ . Pot comprovar-se observant aquesta il·lustració que  $\hat{P} = \hat{Q}$ .



## Què és la mediatriu d'un segment i com es construeix?

La mediatriu d'un segment és la recta que passa pel punt mig d'aquest segment i és perpendicular al segment. Per a traçar la mediatriu d'un segment només és necessari utilitzar una regla i un compàs.

La mediatriu d'un segment PQ és la recta perpendicular a aquest segment que passa pel seu punt mig. Per exemple, la recta  $r$  és la mediatriu del segment PQ, ja que passa per S, que és el punt mig entre P i Q, i és perpendicular al segment PQ.



### La regla i el compàs

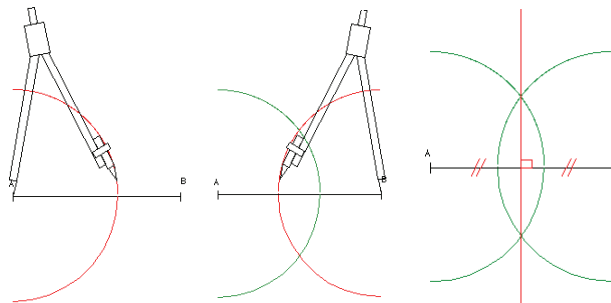
Des de molt antic, els dos instruments bàsics per a la construcció de figures geomètriques en el pla són la regla i el compàs: la regla permet dibuixar rectes, mentre que el compàs permet unir punts que es troben a una mateixa distància d'un donat (sobre el qual es dona suport una de les potes del compàs), és a dir, una circumferència.

En l'antiga Grècia es pensava que les figures més elegants i dignes d'estudi eren les quals podien representar-se només amb aquests instruments perquè els dibuixos resultants es consideraven perfectes: la recta i la circumferència. Ara bé, no per això van deixar de treballar amb d'altres instruments per a realitzar les seves construccions geomètriques, encara que el seu objectiu era poder realitzar-los amb regla i compàs. De fet, existeixen tres famosos problemes que van tractar de resoldre amb regla i compàs, sense cap èxit:

- La trisecció d'angles, és a dir la divisió d'un angle en tres parts.
- La quadratura del cercle, és a dir, la construcció d'un quadrat que tinguis la mateixa àrea que un cercle donat.
- La duplicació del cub, és a dir, la construcció d'un cub que tinguis l'àrea igual al doble d'un de donat.

Per a dibuixar la mediatriu d'un segment, AB, utilitzant únicament una regla i un compàs, s'han de seguir aquests passos:

1. Fixar l'amplària del compàs, menor que la longitud de AB, però major que la meitat de la longitud de AB.
2. Fixar la punta del compàs en el punt A i dibuixar una circumferència.
3. Fixar la punta del compàs en el punt B i dibuixar una circumferència.
4. Traçar la recta que uneix els punts que tallen ambdues circumferències. Aquesta recta és la mediatriu del segment.

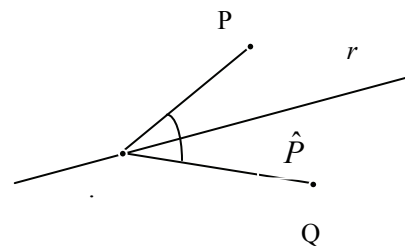


## Què és la bisectriu d'un angle i com es construeix?

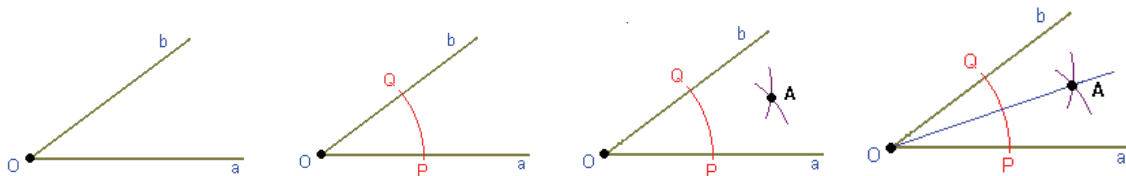
La bisectriu d'un angle és la recta que el divideix per la meitat. Per a construir la bisectriu d'un angle només cal usar la regla i el compàs.

La bisectriu d'un angle és la recta que el divideix en dos iguals. Per exemple, en la figura, la recta  $r$  és la bisectriu de l'angle  $\hat{O}$ .

Per a construir la bisectriu d'un angle  $\hat{O}$ , utilitzant solament regla i compàs, s'han de seguir aquests passos:



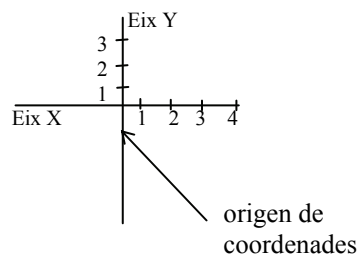
1. Fixar l'amplitud del compàs en aproximadament la meitat d'un dels segments.
2. Fixar la punta del compàs sobre l'extrem O.
3. Marcar les interseccions de la circumferència amb els segments amb les lletres Q i P.
4. Fixar el compàs sobre Q i dibuixar la part de la circumferència que es troba en l'interior de l'angle. Fer el mateix sobre P.
5. Marcar la intersecció amb la lletra A.
6. Dibuixar la recta que passa per O i per A. Aquesta recta és la bisectriu de l'angle  $\hat{O}$ .



### Com es representen els punts del pla utilitzant un sistema de representació cartesià?

Els punts del pla, i qualsevol altre element construït a partir d'aquests, poden manipular-se de manera òptima utilitzant un sistema de representació cartesià. Qualsevol punt queda referenciat a aquest sistema de dos eixos, un d'abscisses o eix X, i altre d'ordenades o eix Y. D'aquesta manera, un punt pot designar-se amb un parell ordenat,  $(x,y)$ , la primera coordenada de la qual correspon a l'eix X, i la segona, a l'eix Y.

Per a poder manipular de manera òptima els punts del pla, o qualsevol altre objecte del pla, és útil utilitzar un sistema de representació cartesià, que té aquestes característiques: està format per dues rectes perpendiculars, cadascuna d'elles representant la recta real, denominades eixos de coordenades cartesianes. La recta horitzontal s'anomena eix d'abscisses, o eix X, i la recta vertical, eix d'ordenades o eix Y. No és necessari que les unitats marcades en ambdós eixos siguin les mateixes. Normalment, la intersecció d'ambdues rectes es correspon amb el punt 0 de cadascuna d'elles. Aquest punt s'anomena origen de coordenades.

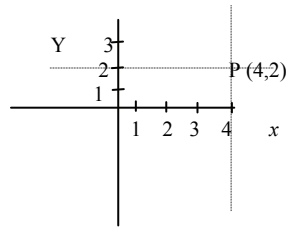


Per a expressar un punt del pla amb l'ajut dels eixos de coordenades, o punt coordinat, es pot seguir aquest procediment:

- (1) Es traça una paral·lela a l'eix d'ordenades que passi pel punt, i es talla amb l'eix d'abscisses; el nombre resultant és la coordenada de l'eix d'abscisses, o coordenada  $x$ .
- (2) Es traça una paral·lela a l'eix d'abscisses que passi pel punt, i es talla amb l'eix d'ordenades; el nombre resultant és la coordenada de l'eix d'ordenades, o coordenada  $y$ .

(3) El punt s'expressa en forma de parell ordenat, és a dir, com un parell de nombres tancats entre parèntesis i separats per una coma: el primer nombre és la coordenada  $x$ , el segon nombre és la coordenada  $y$ .

En l'exemple següent, es representa el punt P, que és igual al parell ordenat (4, 2).



És evident que l'origen de coordenades és el punt (0,0). El pla així coordinat s'anomena, també, pla cartesià.

