CIM–Curs d'Introducció a les Matemàtiques
Bloc 4
Guies i suggeriment de feina
S&H, 2.4, 3.1, A.6, A.7.

Professors: Angel Gil (coord.), Joan Miralles, Pelegrí Viader, Ramon Villanova

Índex

Rectes

Les funcions més senzilles són les lineals, la representació gràfica de les quals es correspon amb una recta. Recordem que al pla (x, y)

1. Una recta no vertical té l'expressió $y = ax + b$. El paràmetre a es coneix como pendent i el b com ordenada a l'origen.
   1.1 La recta que passa pels punts (x_0, y_0) i (x_1, y_1) té
      - Pendent $a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$
      - i equació $y = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0) + y_0$
2. Una recta vertical té l'expressió $x = K$
3. Una recta horitzontal té l'expressió $y = K$

Exercicis

1. La recta $y = 2x + 4$ passa pel punt $(1, 6)$? I pel punt $(2, 9)$?
2. Calculeu i representeu la recta que passa per $(1, 4)$ i $(2, 3)$.
3. Calculeu i representeu la recta que passa per $(1, 4)$ i $(2, 4)$.
4. Calculeu i representeu la recta que passa per $(1, 4)$ i $(1, 3)$.
5. Calculeu i representeu la recta que passa per $(L, 4)$ i $(L+2, 5)$.
6. Calculeu i representeu la recta que passa per $(K, K+2)$ i $(L, 3)$ (indiqueu tots els casos possibles).

Comprovació i solució

1. Una equació de primer grau es una expressió de la forma

$$ax + b = c$$

2. Per a comprovar si un valor de x es solució cal substituir aquest valor i veure si se satisfà l'equació. Per exemple, $x = 4$ és solució de $2x + 3 = 11$ ja que $2 * 4 + 3 = 11$.
3. La solució de $ax + b = c$ és $x = \frac{c-b}{a}$
4. Exemples: resol $-2x + 5 = 4$, $L - 3l = 7 + 2L$.
5. Exemple: quan la recta $y = 3x + 4$ passa por $y = 5$?

Comprovació i solució

1. Una inequació de primer grau es una expressió de la forma

$$ax + b \leq c \text{ o } ax + b \geq c \text{ o } ax + b < c \text{ o } ax + b > c$$

2. Per a comprovar si un valor de x es solució cal substituir aquest valor i veure si se satisfà la desigualtat. Per exemple, $x = 4$ és solució de $2x + 3 \leq 20$ ja que $2 * 4 + 3 = 11 \leq 20$, però no és solució de $2x + 3 < 4$ ja que $2 * 4 + 3 = 11 \not< 20$
3. La solució de $ax + b \leq c$ és
   - $x \leq \frac{c-b}{a}$ si $a > 0$
   - $x \geq \frac{c-b}{a}$ si $a < 0$
4. Exemples: resol $-2x + 5 \leq 4$, $L - 31 = 7 + 2L$, $-3k + 3 < 3$.
5. Exemple: ¿quan la recta $y = 3x + 4$ està per sota de $y = 5$?

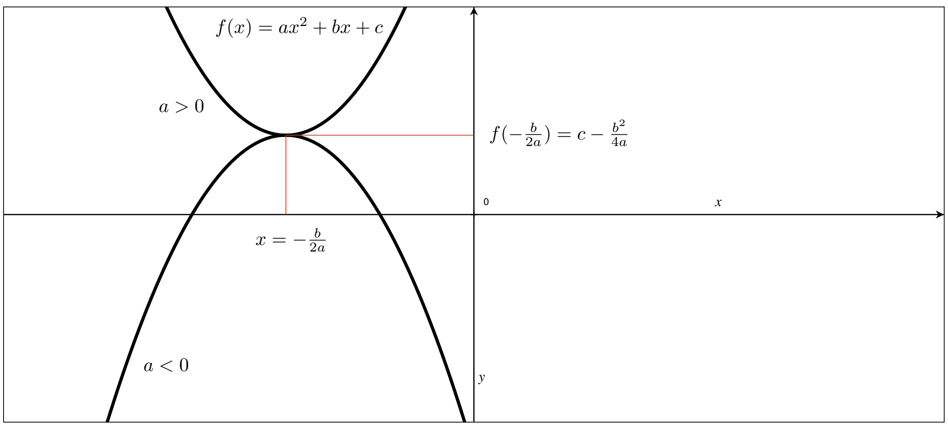
Definició i propietats

1. Les funcions quadràtiques son funcions de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ on a, b, c són constants i $a \neq 0$.
2. Les seves arrels (o zeros, o punts de tall amb l'eix x) són els punts on $f(x) = 0$ i es poden calcular com
$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$
3. Poden tenir 0, 1 o bé 2 arrels, depenent de si $b^2 - 4ac < 0, = 0$ o > 0 (respectivament).
4. Si les seves arrels són x_0 i x_1 aleshores la funció és $f(x) = a(x - x_0)(x - x_1) = a(x^2 - (x_0 + x_1)x + x_0x_1)$.
5. Si només tenen una arrel x_0 es diu que és una arrel doble i en aquest cas $f(x) = a(x - x_0)^2 = a(x^2 - 2x_0x + x_0^2)$.

CIM–Curs d'Introducció a les Matemàtiques Bloc 4 Guies i suggeriment de feina S&H, 2.4, 3.1, A.6, A.7.
Equacions de segon grau
Funcions quadràtiques

Les paràboles

1. La representació d'una funció quadràtica és una paràbola que té la forma $\cup$ si $a > 0$, i $\cap$ si $a < 0$.
2. Totes tenen el vèrtex en el punt $x = \frac{-b}{2a}$, i es correspon amb un mínim si $a > 0$ i amb un màxim si $a < 0$.
3. El valor màxim (o mínim si $a > 0$) sempre val $f(\frac{-b}{2a}) = c - \frac{b^2}{4a}$.



Inequacions de segon grau factoritzades

Si tenim una equació de la forma

$$(x-a)(x-b)<0$$

podem resoldre-la usant la regla dels signes segons la que $(x-a)(x-b)<0$ si $(x-a)$ i $(x-b)$ tenen signes diferents o bé mirant la gràfica de $(x-a)(x-b)$ Així

1. $(x-2)(x-3)<0$ si a) $(x-2)<0$ i $(x-3)>0$ o bé si b) $(x-2)>0$ i $(x-3)<0$. En el cas a) tenim $x<2$ i $x>3$, cosa impossible, mentre que en b) tenim $x>2$ i $x<3$ amb el que tenim $x \in [2,3]$.
2. Si mirem la gràfica de $(x-2)(x-3)$ veiem que està per sota de 0 precisament entre 2 i 3.

Inequacions de segon grau no factoritzades

Si tenim una equació de la forma

$$ax^2+bx+c<0$$

El millor que podem fer és trobar les seves arrels i factoritzar-la, per mirar després el seu signe; així, per exemple, per resoldre $x^2<16$

1. **NO** farem $x^2<16 \Leftrightarrow \sqrt{x^2}<\sqrt{16} \Leftrightarrow x<4$. Aquest raonament és incorrecte ja que $x=-10$ satisfà $x<4$ però no té $x^2=100<16$!!
2. Per resoldre-la la podem factoritzar $x^2<16 \Leftrightarrow x^2-16<0 \Leftrightarrow (x-4)(x+4)<0$ i recórrer a la regla dels signes amb el que obtenim $x \in [-4,4]$.
3. O bé representar gràficament x^2 i veure quan està per sota de 16.