CIM–Curs d'Introducció a les Matemàtiques
Bloc 3
Guies i suggeriment de feina
S&H, 2.4, 3.1, A.6, A.7.

Professors: Angel Gil (coord.), Joan Miralles, Pelegrí Viader, Ramon Villanova

Índex

Notació funcional

Estem acostumats a usar expressions del tipus $f(x) = 3x^2$ on f denota una funció. Com recordareu, la variable x és independent, i es pot substituir per qualsevol expressió que produeixi un resultat real per a f, així doncs, si $f(x) = 3x^2$,

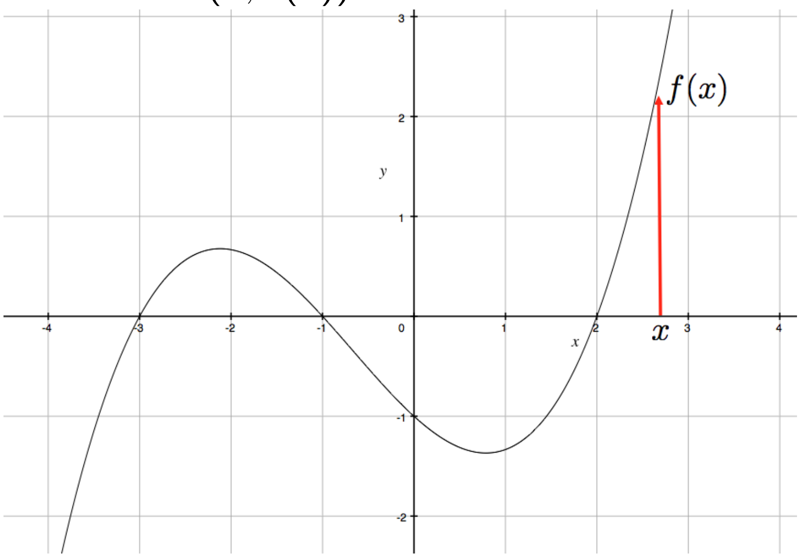
1. $f(3) = 3 * 3^2 = 27$
2. $f(-3) = -3 * (-3)^2 = -3 * 9 = -27$
3. $f(-K) = 3(-K)^2 = 3K^2$
4. $f(K + S) = 3(K + S)^2 = \dots$
5. Comproveu si $x = 8, x = 2, x = -1$ són solucions de $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$.

Exercicis

1. Si $f(x) = \sqrt{x}$, aleshores
   - el valor de $f(4^2)$ és ...
   - el valor de $f(x + 1)$ és ...
2. Si $f(x) = 32x + 4$, aleshores
   - el valor de $f(4^2)$ és ...
   - el valor de $f(x + 1)$ és ...
   - el valor de $f(K + 1) - f(K)$ és ...
3. Si $f(x) = \frac{ax+b}{2}$, aleshores
   - el valor de $f(4^2)$ és ...
   - el valor de $f(x + 1)$ és ...
   - el valor de $f(K + 1)/K$ és ...
4. Si $f(x) = 3x$ i $g(x) = x^2 + 3$, aleshores
   - $f(3) + g(3)$ val ...
   - $f(g(3))$ val ...
   - $f(3 * g(3))$ val ...

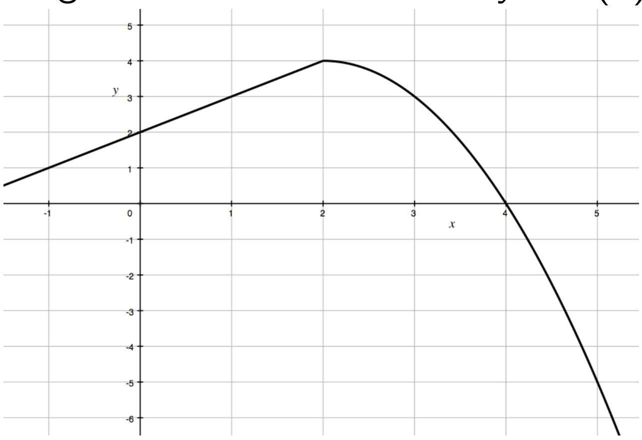
La gràfica

Recordem que la gràfica d'una funció $y = f(x)$ en el pla xy (x serà la variable independent i y la independent) és el conjunt de punts de la forma $(x, f(x))$:



Exemples

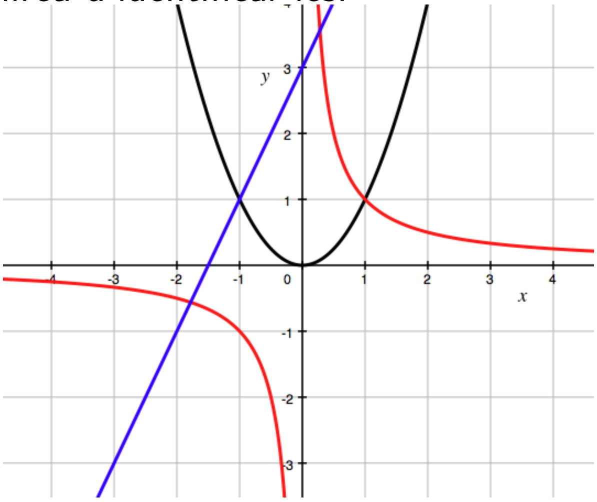
La gràfica d'una certa funció $y = f(x)$ és

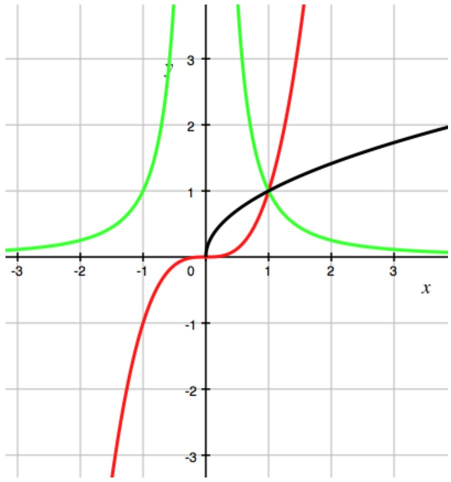


1. Quant valen $f(2), f(3), f(5), f(f(1))$
2. Quant valen $f(4-3)$ i $f(4) - f(3)$
3. Feu una taula de valors de $y = g(x) = f(x+2)$.

Tipus de funcions i gràfiques

Aquí tenim diferents funcions bàsiques: $x^3, x^2, 1/x, x, 1/x^2$ i $\sqrt{x}$; mireu d'identificar-les:





Rectes

Les funcions més senzilles són les lineals, la representació gràfica de les quals es correspon amb una recta. Recordem que al pla (x, y)

1. Una recta no vertical té l'expressió $y = ax + b$. El paràmetre a es coneix como pendent i el b com ordenada a l'origen.
   1.1 La recta que passa pels punts (x_0, y_0) i (x_1, y_1) té
   - Pendent $a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$
   - i equació $y = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0) + y_0$
2. Una recta vertical té l'expressió $x = K$
3. Una recta horitzontal té l'expressió $y = K$

Exercicis

1. La recta $y = 2x + 4$ passa pel punt $(1, 6)$? I pel punt $(2, 9)$?
2. Calculeu i representeu la recta que passa per $(1, 4)$ i $(2, 3)$.
3. Calculeu i representeu la recta que passa per $(1, 4)$ i $(2, 4)$.
4. Calculeu i representeu la recta que passa per $(1, 4)$ i $(1, 3)$.
5. Calculeu i representeu la recta que passa per $(L, 4)$ i $(L+2, 5)$.
6. Calculeu i representeu la recta que passa per $(K, K+2)$ i $(L, 3)$ (indiqueu tots els casos possibles).

Comprovació i solució

1. Una equació de primer grau es una expressió de la forma
$$ax + b = c$$
2. Per a comprovar si un valor de x es solució cal substituir aquest valor i veure si se satisfà l'equació. Per exemple, $x = 4$ és solució de $2x + 3 = 11$ ja que $2 * 4 + 3 = 11$.
3. La solució de $ax + b = c$ és $x = \frac{c-b}{a}$
4. Exemples: resol $-2x + 5 = 4$, $L - 3l = 7 + 2L$.
5. Exemple: quan la recta $y = 3x + 4$ passa por $y = 5$?

Comprovació i solució

1. Una inequació de primer grau es una expressió de la forma

$$ax + b \leq c \text{ o } ax + b \geq c \text{ o } ax + b < c \text{ o } ax + b > c$$

2. Per a comprovar si un valor de x es solució cal substituir aquest valor i veure si se satisfà la desigualtat. Per exemple, $x = 4$ és solució de $2x + 3 \leq 20$ ja que $2 * 4 + 3 = 11 \leq 20$, però no és solució de $2x + 3 < 4$ ja que $2 * 4 + 3 = 11 \not< 20$
3. La solució de $ax + b \leq c$ és
   - $x \leq \frac{c-b}{a}$ si $a > 0$
   - $x \geq \frac{c-b}{a}$ si $a < 0$
4. Exemples: resol $-2x + 5 \leq 4$, $L - 31 = 7 + 2L$, $-3k + 3 < 3$.
5. Exemple: ¿quan la recta $y = 3x + 4$ està per sota de $y = 5$?