CIM–Curs d'Introducció a les Matemàtiques Bloc 2 Guies i suggeriment de feina S&H, Capítol 5, Apèndix A.

Professors: Angel Gil (coord.), Joan Miralles, Pelegrí Viader, Ramon Villanova

Percentatges i factor comú

Els increments o disminucions en % están relacionats amb certs productes. Per exemple

1. Si incrementem K en un $p\%$, el nou valor és
$$K + \frac{p}{100}K = (1 + \frac{p}{100})K$$
Així doncs, si incrementem K en un 5% obtenim
$$K + \frac{5}{100}K = (1 + \frac{5}{100})K = (1 + 0.05)K = 1.05K$$
2. Si disminuïm K en un $p\%$, la nova quantitat és
$$K - \frac{p}{100}K = (1 - \frac{k}{100})K$$
Així doncs, si disminuïm K en un 5% obtenim
$$K - \frac{5}{100}K = (1 - \frac{5}{100})K = (1 - 0.05)K = 0.95K$$

Exercicis

1. Suposant que l'IVA és el 18%,
   - Si el preu sense IVA d'un producte és 82, quin és el preu amb IVA?
   - Si el preu amb IVA d'un producte és 100, quin és el preu sense IVA?
2. El preu d'un producte sense IVA era 80$ i amb IVA era 100 $. Quin % de IVA s'ha pagat?
3. Suposant que les rebaixes són del 22%,
   - Si el preu sense rebaixa d'un producte és 82, quin és el preu rebaixat?
   - Si el preu rebaixat d'un producte és 100, quin és el preu sense rebaixar?
4. El preu d'un producte sense rebaixa era 123$ i rebaixat és 23$. Quin % de rebaixa he obtingut?

Equacions i factor comú

Si una equació es pot escriure (mitjançant factorització) de la forma $A * B * \cdots * C = 0$ les seves solucions seran forçosament $A = 0$ o $B = 0$ o $\ldots C = 0$.
Observeu també que si l'equació és de la forma $A * B * \cdots * C = K \neq 0$, les solucions no han de ser forçosament de la forma $A = K$ ni $A = 0 \ldots$

Exemples

1. Trobeu les solucions de
    1.1 $P(P-2)(P+10)(P-120)=0$
    1.2 $P(2P-2)(2P-10)(3P-120)=0$
2. Comproveu que
    2.1 Ni $P=0$ ni $P=10$ són solucions de $P(P-2)(P-10)(P-120)=10$
    2.2 Ni $2P-2=-3$ ni $2P-2=-3$ són solucions de $P(2P-2)(2P-10)(3P-120)=-3$
3. Doneu una equació que tingui com a úniques solucions $x=2, x=3, x=4, x=5, x=6, x=7, x=8, x=9$

Racionalització

De vegades apareixen sumes o diferències d'arrels en el denominador; es poden eliminar aquestes arrels multiplicant numerador i denominador pel que s'anomena el conjugat. Concretament,

1. si el denominador és de la forma $a+b$ multipliquem numerador i denominador por $a-b$.
2. si el denominador és de la forma $a-b$ multipliquem numerador i denominador por $a+b$.

Per exemple

$$\frac{4}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{4}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} * \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{4*(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})*(\sqrt{x}+\sqrt{y})}$$

$$= \frac{4*(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{4*(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{x-y}$$

Exercicis

Racionalitzeu

1. $\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$
2. $\frac{a+2\sqrt{b}}{a-2\sqrt{b}}$

Equacions amb arrels quadrades

Si tenim una equació en la que la incògnita apareix sota el signe radical, podem eliminar l'arrel aplicant adequadament quadrats; per exemple

$$\sqrt{x-2} = x-4 \to (\sqrt{x-2})^2 = (x-4)^2 \to x-2 = x^2-8x+16$$

amb el que $x = 6, x = 3$ i finalment comprovem la solució, amb el que obtindrem que només 6 es solució.