Concepte de primitiva. Integral indefinida. Integrals immediates.

Sigui I un interval i f una funció definida dins de I. Una primitiva de f en I és una funció , F, contínua en I que verifica:

$$F'(x)=f(x), per\,\forall\, x\in \overset{o}{I}$$, on $\overset{0}{I}$ significa l'interior de I

Teorema

Dues primitives F_1 i F_2 de la mateixa funció f difereixen en una constant., o sigui:

$$F_1 = F_2 + C$$

Això vol dir que una funció f(x), té infinites primitives que difereixen en una constant

Demostració

si F'(x) = f (x) llavors,

(F(x) + C)' = F'(x) +C' = f(x) + 0 = f(x)

El conjunt de les funcions primitives de f(x) s'anomena integral indefinida de f(x) i ho escrivim:

$$\int f(x)\,dx$$, on $\int f(x)dx=F(x)+C$

On C representa una constant qualsevol.

Exemple

F(x) = x^2 és una primitiva de f(x) = 2x ja que F'(x) = f(x), llavors

$$\int 2\mathrm{x}\,dx=x^2+C$$

Integrals immediates

Les integrals que podem resoldre aplicant les regles inverses de la derivació les anomenem immediates

Per resoldre-les és convenient saber-se i aplicar la següent taula

$\int x^{-1} dx \; per \; k \neq -1$	$\frac{x^{k+1}}{k+1}+C$
$\int x^{k} dx$	$\ln x+C$
$\int \frac{1}{x \pm k} dx$	$\ln(x \pm k)+C$
$\int \frac{1}{(x \pm k)^{n}} dx$	$\frac{-(x \pm k)^{-(n-1)}}{n-1}$
$\int a^{x} dx \; per \; a>0$	$\frac{1}{\ln(x)} a^{x}+C$
$\int \sin(x) dx$	$-\cos(x)+C$
$\int \cos(x) dx$	$\sin(x)+C$
$\int \frac{1}{\cos^{2}(x)} dx$	$tg(x)+C$
$\int \frac{1}{\sin^{2}(x)} dx$	$-cotg(x)+C$
$\int \frac{1}{k^{2}+x^{2}} dx$	$\frac{1}{k} arctg(\frac{x}{k})+C$
$\int \frac{1}{\sqrt{k^{2}-x^{2}}} dx$	$\arcsin(\frac{x}{k})+C$
$\int \frac{-1}{\sqrt{k^{2}-x^{2}}} dx$	$\arccos(\frac{x}{k})+C$